

Examen de Probabilidad
para el ingreso a la Especialidad en Estadística
Aplicada,
Agosto 2 de 2010.

Alumno: _____

1. En una ciudad de cuyo nombre no me quiero recordar se escuchan las estaciones de radio A , B y C . Una encuesta reciente indica lo siguiente: 35% escucha la estación A ; 20%, a la B ; 35%, a la C ; 5% oyen a A y B ; 10%, a A y C ; 5% a B y C y no hay personas que escuchen a las 3 estaciones. Para un radioescucha escogido al azar en esa ciudad calcular la probabilidad de que no sintonice ninguna de las tres estaciones.
2. Consideremos la función $f(x) = c|x|$ para $-1 < x < 1$.
 - (a) Encuentre el valor de la constante c para que f sea una función de densidad.
 - (b) Encuentre $E(X)$.
3. En una población con 20 000 personas adultas se afirma que 10 000 votaron en las pasadas elecciones. Se toma una muestra aleatoria de 400 personas. Se les pregunta si votaron o no. Calcular la probabilidad de que a lo más 170 hayan votado.

Bernoulli(p) $f(x) = p^x q^{1-x}$, $x = 0, 1$, $E(X) = p$, $V(X) = pq$.

Geométrica(p), $f(x) = pq^{x-1}$, $x = 0, 1, 2, \dots$, $E(X) = \frac{1}{p}$, $V(X) = \frac{q}{p^2}$.

Hipergeométrica(N, M, n), $f(x) = \frac{\binom{N}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$, $x = 0, 1, 2, \dots, n$,

$E(X) = n \frac{M}{N}$, $V(X) = n \frac{M}{N} (1 - \frac{M}{N}) (\frac{N-n}{N-1})$.

Binomial(n, p), $f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$, $x = 0, 1, \dots, n$, $E(X) = np$, $V(X) = npq$.

Poisson(λ), $f(x) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!}$, $x = 0, 1, 2, \dots$, $E(X) = \lambda$, $V(X) = \lambda$.

Uniforme(a, b), $f(x) = \frac{1}{b-a}$ $x \in (a, b)$, $E(X) = \frac{a+b}{2}$, $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$.

Exponencial(λ), $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$, $E(X) = \frac{1}{\lambda}$, $V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$.

Normal(μ, σ^2), $f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $x \in R$, $E(X) = \mu$, $V(X) = \sigma^2$.

¡Suerte!

Examen de Estadística
Lunes 2 de agosto de 2010. Semestre 2011-I

Nombre: _____

1. ¿Las variables de acuerdo a su escala de medición se dividen en?
2. ¿Qué es un parámetro? y ¿qué es un estimador?
3. ¿Cuándo se dice que un estimador es más eficiente que otro?
4. ¿Qué es el sesgo de un estimador?
5. ¿Qué propiedad de tiene que ver con que al resumir la información de una muestra en un sólo número como lo es el promedio, no se pierde información relevante acerca del parámetro, la suficiencia o la consistencia?
6. Un intervalo de confianza del 95% es calculado para un conjunto de datos de peso el intervalo es de 42 a 48 libras. Marque con verdadero (V) o falso (F) las siguientes afirmaciones.
 - 95% de los pesos de los individuos están entre 42 y 48 libras.
 - La mayoría de los pesos de los individuos está entre 42 y 48 libras.
 - La probabilidad de que el intervalo incluya a la media poblacional (μ) es 95%.
 - La probabilidad de que el intervalo incluya a la media muestral (\bar{x}) es 95%.
 - Si 200 intervalos fueran generados usando el mismo proceso, cerca de 10 de estos intervalos de confianza no incluirían a la media poblacional (μ).
7. X_1, X_2, \dots, X_n son una muestra aleatoria de una población con función de distribución Poisson con parámetro λ (que implica que $E(X_i) = \lambda$ y $Var(X_i) = \lambda$)
 - ¿Cuál es el valor esperado de \bar{X} y ¿Cuál es es la varianza de \bar{X}
8. ¿De las siguientes afirmaciones cuáles no se derivan del Teorema Central del Límite? (Distribución de muestreo, es equivalente a decir la distribución de \bar{X})
 - Una muestra más grande produce un error estándar menor para la distribución de muestreo.
 - La media de la distribución de muestreo es igual que la media de la población dividida entre la raíz cuadrada del tamaño de la muestra.
 - Entre más grande sea la muestra, más se parece la distribución de muestreo a una distribución normal.
 - La media de la distribución de muestreo para una muestra de tamaño $n = 15$, será la misma que la media para la distribución de muestreo con tamaño de muestra $n = 100$.

Examen de Álgebra y Cálculo

Álgebra Elemental

1. Demuestra que $(a)0 = 0 \forall a \in \mathbb{R}$.

Indica cuales son las propiedades de los números reales que se utilizan en cada paso de la demostración, es decir: (1) conmutatividad en la suma, adición; (2) asociatividad en la adición; (3) neutro aditivo; (4) inverso aditivo; (5) conmutatividad en la multiplicación; (6) asociatividad en la multiplicación; (7) neutro multiplicativo; (8) inverso multiplicativo; (9) propiedad distributiva. **[puntos: 1]**

2. Resuelve la desigualdad: **[puntos: 1]**

$$|3x - 3| \leq 9$$

3. Resuelve el sistema de ecuaciones y grafica: **[puntos: 1]**

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ -4x + 2y = 2 \end{cases}$$

4. Resuelve el sistema de ecuaciones, usando cualquier método: **[puntos: 1]**

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x - 2y + z = 0 \\ -2x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

Cálculo Elemental

5. Calcula la integral definida: **[puntos: 1]**

$$\int_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}} dx$$

6. Grafica la siguiente función usando los criterios de la primera o segunda derivada, obteniendo el dominio, puntos de discontinuidad, raíces, puntos críticos (máximos o mínimos locales), puntos de inflexión: **[puntos: 4]**

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$$

Álgebra de Matrices

7. Considera la siguiente matriz y calcula lo que a continuación se pide. **[puntos: 1]**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- $A + A^t$
- A^2