

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CIENCIAS
CARRERA DE MATEMÁTICO

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL IV

SEMESTRE: **CUARTO**
CLAVE: **0094**

HORAS A LA SEMANA/SEMESTRE		
TEÓRICAS	PRÁCTICAS	CRÉDITOS
9/144	0	18

CARÁCTER: **OBLIGATORIA.**

MODALIDAD: **CURSO.**

SERIACIÓN INDICATIVA ANTECEDENTE: **Álgebra Lineal I, Cálculo Diferencial e Integral III.**

SERIACIÓN INDICATIVA SUBSECUENTE: **Álgebra Moderna II, Análisis Matemático I, Análisis Numérico, Economía I, Ecuaciones Diferenciales Parciales I, Física Computacional, Geometría Diferencial I, Historia de las Matemáticas I, Introducción a la Física Cuántica, Introducción Matemática a la Mecánica Celeste, Investigación de Operaciones, Lógica Matemática I, Matemáticas Avanzadas de la Física, Mecánica Cuántica, Óptica, Probabilidad II, Relatividad, Seminario de Ciencia y Sociedad I, Sistemas Dinámicos Discretos I, Teoría de las Gráficas I, Variable Compleja I.**

OBJETIVO(S): El objetivo del curso de Cálculo IV es el introducir al alumno en la definición y en los métodos de integración en varias variables. Se introduce al alumno en los métodos de integración sobre curvas y superficies. Con estas herramientas, se introduce al estudiante a los teoremas integrales de Green, Gauss y Stokes. Finalmente se presentan estos teoremas descritos con formas diferenciales. En este curso es indispensable que el alumno pueda relacionar lo que estudia con su experiencia más inmediata, es decir, el curso debe llevarlo, a través de ejemplos, a captar conceptos cada vez más generales. Por lo tanto es importante empezar con la intuición geométrica que pueda tener el alumno y con aplicaciones más sencillas de situaciones de la física o de otras ciencias. Es por ejemplo más fácil empezar con curvas que se puedan dibujar y seguir con superficies dadas como gráficas de funciones de dos variables, que tratar el caso general de una superficie en forma paramétrica en un espacio de dimensión arbitraria. Los ejemplos provenientes de la Física deben ser explicados desde su planteamiento, ya que no todos los alumnos son físicos, y en su mayoría no requieren más que una intuición elemental de algunos fenómenos y de visualización geométrica.

NUM. HORAS	UNIDADES TEMÁTICAS
32	1. Integrales múltiples
	1.1 Área de un conjunto plano.
	1.2 Integral de una función de dos variables, como volumen abajo de una superficie y sumas de Riemann.
	1.3 Propiedades de las integrales.
	1.4 Conjuntos de medida cero.
	1.5 Cálculo de integrales múltiples, teoremas de Fubini, integración sobre dominios más generales.
	1.6 Integrales triples y cálculo de volúmenes.
	1.7 Teorema del cambio de variables e integrales en polares, cilíndricas, esféricas.
	1.8 Teorema del valor medio.
	1.9 Centro de masa y momentos de inercia (opcional).
	1.10 Integrales impropias.
	1.11 Funciones no continuas sobre conjuntos acotados.
	1.12 Integrales sobre regiones no acotadas.
	1.13 Convergencia uniforme, teorema de Fubini, derivación bajo la integral.
22	2. Integral de línea
	2.1 Integración de funciones escalares sobre curvas paramétricas, independencia de la parametrización de la curva, integrales de trayectoria.
	2.2 Integrales de línea en campos vectoriales, cálculo del trabajo debido a un campo de fuerzas.
	2.3 Integrales de línea en campos del tipo gradiente y campos conservativos.
	2.4 Teorema de Green, aplicaciones y ejemplos.
	2.5 Índice de un campo (opcional).
22	3. Integral de superficie
	3.1 Superficies parametrizadas, vector normal y plano tangente.
	3.2 Integración sobre superficies parametrizadas y cálculo de áreas.
	3.3 Independencia de la parametrización.
	3.4 Integración de funciones escalares y vectoriales sobre superficies orientables.
	3.5 Integrales en coordenadas curvilíneas.

32	4. Teoremas integrales
	4.1 Teorema de la divergencia en el plano, interpretación geométrica.
	4.2 Ejemplos de integrales de línea, índice de un campo sobre una curva.
	4.3 Teorema de Green, aplicación al laplaciano, conservación de masa.
	4.4 Teorema de Stokes, rotacional, vorticidad.
	4.5 Teorema de Gauss y Stokes en el espacio.
	4.6 Flujos a través de una superficie (presión).
	4.7 Identidades de Green.
	4.8 Problema de Laplace, el laplaciano en distintas coordenadas.
	4.9 Teorema de Stokes y aplicaciones.
	4.10 Principio del máximo para la ecuación del calor.
	4.11 Función de Green.
9	5. Convergencia uniforme y series de potencias
	5.1 Definición y ejemplos de convergencia uniforme en una variable, propiedades; convergencia uniforme de continuas en intervalos cerrados converge a continua, diferenciación término a término, la prueba M de Weierstrass, ejemplos de funciones continuas que en ningún punto son diferenciables, series de potencias, series de Taylor, intervalos de convergencia, derivación e integración término a término, ejemplos, series de Taylor de las funciones trascendentes.
9	6. Optativo: Integral de Fourier
	6.1 Propiedades, teorema de inversión, Lema de Riemann Lebesgues, Parseval, convolución.
	6.2 Integral de Fresnel.
	6.3 Ecuación de onda con transformada de Fourier.
	6.4 Transformada de Laplace.
	6.5 Desigualdad de Bessel, teoremas de convergencia uniforme.
	6.6 La ecuación de calor y de onda.
9	7. Optativo: Métodos numéricos en integrales múltiples
	7.1 Método del trapecio y Simpson.
	7.2 Cuadraturas Gaussianas.
	7.3 Integración en límites arbitrarios.
	7.4 Cálculo de errores.
	7.5 Método de Montecarlo.

9	8. Optativo: Formas diferenciables
	8.1 Derivada exterior, formas cerradas, formas exactas.
	8.2 Cambios de variables para formas diferenciales.
	8.3 Orientación de superficies.
	8.4 Integrales de formas diferenciales.
	8.5 Cálculo y formas diferenciales en variedades, teorema de Stokes en variedades, elemento de volumen.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

1. Apostol, T.M., *Calculus*, Volumen I. México: Ed. Reverté, 2001.
2. Courant, R., *Differential and Integral Calculus*, vol 2, New York: J. Wiley, 1936.
3. Courant, R., John, F., *Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático*, vol. 2, México: Limusa, 1974.
4. Lang, S., *Calculus of Several Variables*, New York: Springer, 1987.
5. Marsden, J., Tromba, A., *Cálculo Vectorial*, México: Addison-Wesley, Pearson Educación, 1998.
6. Thomas, G.B., Finney, R.L., *Cálculo: Varias Variables*, México: Addison-Wesley Longman, 1999.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

1. Buck, R.C., *Advanced Calculus*, New York: McGraw-Hill, 1978.
2. Budak, B.M., Fomin, S.V., *Multiple Integrals Field Theory and Series*, Moscú: MIR, 1973.
3. Crowell, R., Trotter, H., Williamson, R., *Cálculo de Funciones Vectoriales*, Bogotá: Prentice Hall Internacional, 1973.
4. Fulks, W., *Cálculo Avanzado*, México: Limusa-Wiley, 1970.
5. Spivak, M., *Cálculo en Variedades*, México: Ed. Reverté, 1987.
6. Spivak, M., *Cálculo Infinitesimal*, Segunda edición. México: Ed Reverté, 1998.
7. Stein, S.K., *Calculus and Analytic Geometry*, New York: McGraw Hill, 1992.
8. Widder, D.V., *Advanced Calculus*, New York: Dover, 1989.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS: Lograr la participación activa de los alumnos mediante exposiciones.

SUGERENCIA PARA LA EVALUACIÓN DE LA ASIGNATURA: Además de las calificaciones en exámenes y tareas se tomará en cuenta la participación del alumno.

PERFIL PROFESIOGRÁFICO: Matemático, físico, actuario o licenciado en ciencias de la computación, especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos.